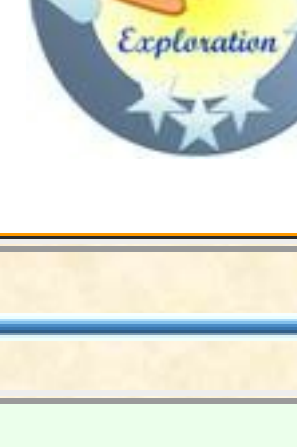


<p align="center">NOMBRES - Curiosités, théorie et usages</p>				
<p>Accueil Orientation générale Barre de recherche</p>	<p>DicoNombres DicoMcI Math DicoCulture</p>	<p>Rubriques Zelus Index alphabétique</p>	<p>Nouveautés Références Métrics</p>	<p>Édition du: 18/02/2017</p>
<p align="center">Constante π</p>				
<p>Débutants Constante PI</p>	<p align="center">Généralités</p>			<p>Glossaire PI</p>
<p>INDEX Constante PI</p>	<p>Introduction</p>	<p>Calcul</p>	<p>Formules</p>	<p>Propriétés</p>
	<p>Historique</p>	<p>Valeur</p>	<p>Décimales</p>	<p>Curiosités</p>
		<p>Sommaire de cette page >>> Chiffres de π >>> Somme des décimales >>> Chiffres aléatoires >>> Nombre normal >>> Propriétés particulières >>> Quadrature du cercle et transcendance >>> Exponentielle de π : quasi - entière</p>		

Constante π

Principales propriétés.

Ce que l'on sait ou non

Irrationnel	OUI	1761 Lambert	Pas égal à une fraction de deux nombres entiers.
Transcendant	OUI	1882 Lindemann	Pas solution d'une équation .
Périodique	NON		Chiffres qui se répètent à partir d'un certain moment.
Normal	?		Tous les chiffres et groupes de chiffres avec la même fréquence. >>>
Univers	?		N'importe quelle succession de chiffres de longueur finie. >>>
Chaotique	OUI	2001 Bailey	Chiffres qui ont un comportement chaotique.

Voir FAQ - On mesure π facilement. Alors pourquoi tant d'histoires ? Transcendants et autres

CHIFFRES de π

- Parmi les décimales connues**
- La somme des 20 premières donne 100 >>>
 - La valeur 315 est centrée sur le 315^e décimale, même chose pour 360.
 - Un bloc de six 9 (999 999) se trouve entre les décimales 762 et 767 >>>
 - Un bloc de sept 7 (7 777 777) se présente avant la décimale 3 500 000.
 - Les 6 premiers chiffres de "e" se retrouvent 8 fois.
 - Les 8 premiers chiffres de $\sqrt{2}$ apparaissent à partir de la 52 638^e décimale.
 - Les 6 premiers chiffres de π , lui-même, apparaissent au moins 6 fois parmi les premières 10 millions de décimales de π .
 - 0123456789 apparaît à la 17 387 594 880^e décimale de π (Kanada et Takabashi - 1998).
 - Le 0 n'apparaît qu'en 32^e position, alors que tous les autres sont apparus avant la 13^e décimale.
 - Dans les 400 premières décimales, on ne trouve que 24 fois le 7, au lieu de 40 attendus.
 - En prenant les 1000 nombres formés à partir des décimales de π (3, 31, 314, 31415...) seuls 4 sont premiers.
 - Les 16 millions de décimales analysées ont passé avec succès tous les tests de caractère aléatoire connus.

- Premiers avec les décimales**
- 3, 31, 314 159 sont **premiers**. Pour le suivant on passe à 38 chiffres avec 31415926535897932384626433832795028841.
 - On ne connaît que huit nombres π -premiers (π -Prime) avec une quantité de décimales de 1, 2, 6, 38, 16208, 47577, 78073, 613373.

Programmation

```

restart :
Digits := 100 :
for k from 1 to 100 do
P := evalf(Pi, k + 3) : PP := P * 10k+1 :
Q := floor(PP) : QQ := iquo(Q, 100) :
if isprime(QQ) then iprint(k, QQ) : fi
od :
1, 3
2, 31
6, 314159
38,
314159265358979323846264338
32795028841

```

Initialisation et demande d'une exécution des calculs avec 100 chiffres.
Lancement d'une boucle sur 100 décimales. π est évalué avec deux décimales supplémentaires et retour à k décimales avec une division par 100. Le but est d'éliminer les transformations des dernières décimales par arrondi.
Recherche des cas où les premières décimales forment un nombre premier (isprime).
Impression des quatre premiers tels nombres.

Voir Programmation

Décimales qui signifient quelque chose

Nombreux sont ceux qui ont cherché et qui cherchent encore.
Rien de significatif à ce jour.

Somme des décimales

100 = .	Somme des 20 premières décimales de π .			
100 =	1+4+1+5+9+	2+6+5+3+5+	8+9+7+9+3+	2+3+8+4+6
100 =	20	+ 21	+ 36	+ 23
666 = .	Somme des 144 (= 12 ²) premières décimales. Est-ce que π est satanique ?			

CHIFFRES ALÉATOIRES

Apparition des chiffres sur 20 décimales

$\pi = 3,14159\ 26535\ 89793\ 23846$

Chiffres	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Fois	0	2	2	3	2	3	2	1	2	3

- Il faut attendre la décimale 32 pour voir le zéro
- Si les décimales étaient équiréparties, nous devrions retrouver 2 fois chacun des chiffres. Manifestement ce n'est pas le cas. On peut dresser le même tableau pour montrer l'écart.

Chiffres	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Écart par rapport à 2 fois	-2	0	0	1	0	1	0	-1	0	1

- Faisons la même chose à plus grande échelle. Voyons si plus il y a de décimales plus elles sont équiréparties.

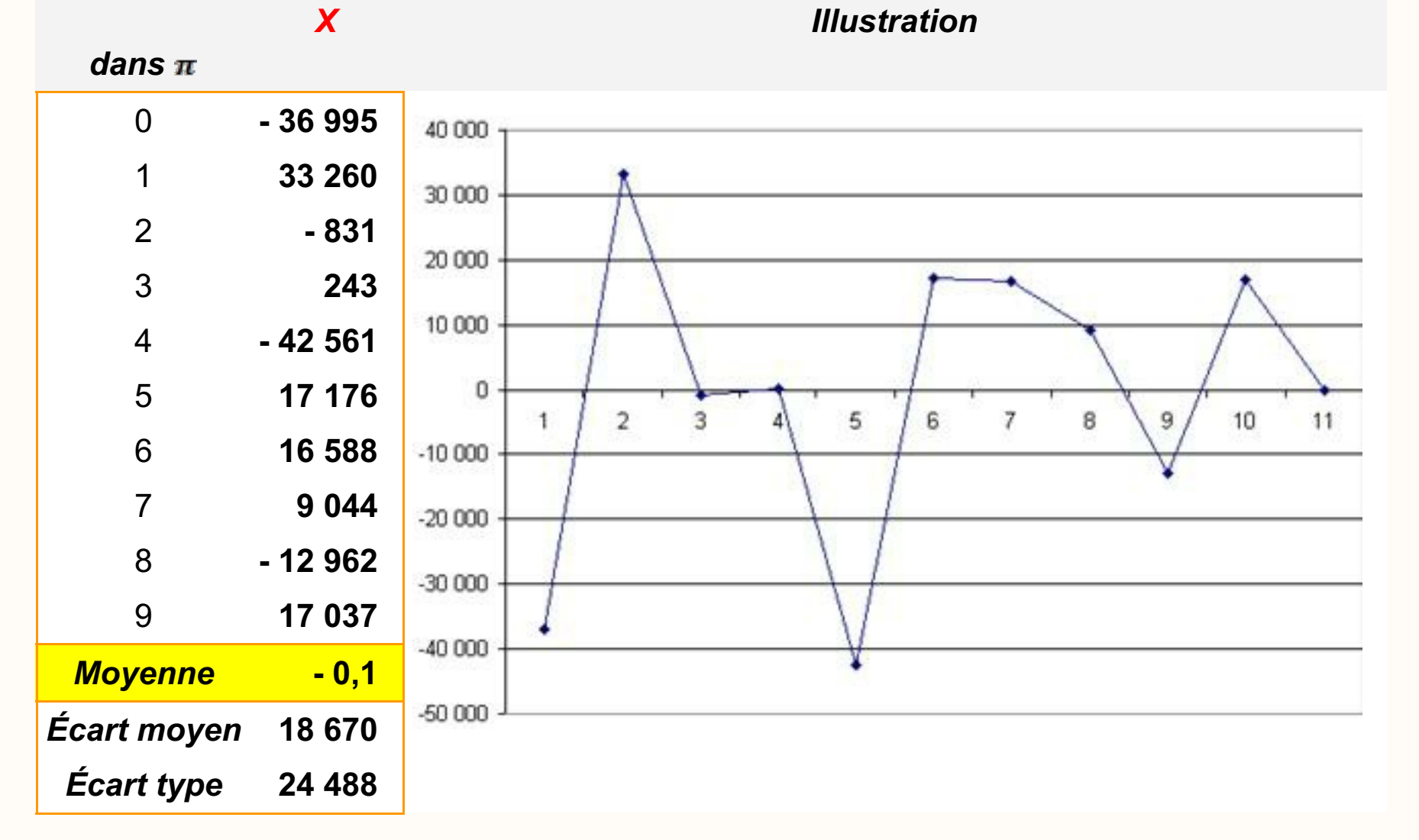
Apparition des chiffres sur 1 000 000 décimales

Chiffres	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Écart par rapport 100 000 fois	-41	-242	26	29	230	359	-252	-200	-15	106

- Visiblement, pas équiréparties. Mais l'écart est relativement faible Maximum 0,5 pour mille.
- Et, encore plus grand ... *Voir Nombre normal ci-dessous*

Pi, un NOMBRE NORMAL?

- Un nombre est **normal** si ses chiffres et ses chiffres pris par chaîne de taille quelconque ont la même fréquence.
- À partir des 6 milliards de décimales calculées par le Japonais Yasumasa Kanada, record de 1995, on trouve les apparitions suivantes:
- Calcul sur la base de 600 000 000 + X apparitions (c'est-à-dire: variation autour de six cent millions).



- On a réussi à démontrer que les chiffres de π ne se répètent jamais périodiquement.
 - Il n'est pas **périodique**
Chiffres qui se répètent à partir d'un certain moment.
 - Il est **irrationnel**
Pas égal à une fraction de deux nombres entiers.
 - Il est aussi **transcendant**
Pas solution d'une équation.
 - Est-il **normal** ?
Tous les nombres avec la même fréquence.
- Mais ces propriétés n'apportent rien sur les propriétés des décimales de π . Le tableau ci-dessus tend à montrer que les décimales de π utilisent normalement toutes les chiffres (avec la même fréquence). Mais, il n'est pas démontré que π est **normal**. On ne sait même pas, si à partir d'un certain rang, certains chiffres sont encore utilisés. Qui nous dit que les derniers chiffres de π ne sont pas 202002000...
- La **formule** de Plouffe, trouvée récemment, ouvre des horizons: On peut espérer montrer que π est normal (ou non) en base 2, et, peut-être, en base 10, si on arrive à généraliser la formule de Plouffe à la base 10.

Le monde dans π

- Les mathématiciens croient que la suite des **décimales** de π est une suite **infinie** de chiffres aléatoires. Si cela est vrai, cela signifie qu'elle contient toutes les suites de chiffres imaginables. Ainsi, à partir d'une certaine décimale de π , il apparaîtra une suite qui code un mot, ou le poème, pour une autre décimale, un vers d'un poème de V. Hugo, ou le poème complet et même... l'encyclopédie des connaissances actuelles sur le monde !

Voir Nombres univers

PROPRIÉTÉS particulières

La **quantité moyenne** de représentation des nombres en somme de 2 carrés tend vers π

La **probabilité** que deux nombres **a** et **b** pris au hasard, n'aient pas de **diviseurs communs** est $6 / \pi^2$ (soit environ 62 %)

Pendule

La période du pendule fait intervenir π

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

Plus exactement

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g} \left(1 + \frac{\alpha^2}{16} \right)}$$

Suite en Pendule

QUADRATURE DU CERCLE ET TRANSCENDANCE

Problème

- Construire un carré et un cercle de **même périmètre** avec règle et compas.

- Solution?**
- Lindemann**, en 1882, démontre que π est transcendant.
 - Il ne peut satisfaire aucune équation algébrique à coefficients rationnels. Il n'est qu'une suite infinie de termes.
 - Or, comme tout nombre construit à l'aide du compas et de la règle satisfait à une équation algébrique, la **quadrature** du cercle est impossible.
 - La preuve de Lindemann utilise la relation d'Euler et les travaux de Hermite sur la transcendance de "**e**".
 - Lambert en 1761 avait démontré l'irrationalité de p en utilisant les développements de tg x en **fractions continues**.

EXPONENTIELLE DE π : QUASI - ENTIÈRE

$$N = e^{\pi\sqrt{n}} \text{ pour } n < 1000$$

- On note certaines valeurs de **n** pour lesquelles la fonction est quasiment un nombre **entier**. Est-ce une coïncidence, ou peut-on expliquer? Existe-t-il une formule qui puisse prévoir cette éventualité? On ne montre ici qu'un très faible échantillon des valeurs quasi - entières

n	N
-1	$N = e^{\pi\sqrt{-1}} = e^{i\pi} = -1, 00000000000000$
0	$N = e^{\pi\sqrt{0}} = e^0 = 1, 00000000000000$
6	2197, 9908695437080
25	6635623, 9993411342332
37	199148647, 9999780465518
43	884736743, 999774660349
58	24591257751, 9999998222132
163	262537412640768743, 999999999992
652	6892589306109279891085639286943768, 00000000001637

- On nomme celui formé avec **163**: nombre de Ramanujan. Il a amusé la communauté des mathéux pendant quelques années ...

Voir Formule d'Euler

Curiosité avec les chiffres des inverses de pi et de phi
Les dix chiffres suivants sont en même et même

	Chiffres	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\frac{1}{\pi} =$	0,318 309 886	2	1	2				1	3	1	
$\frac{1}{\Phi} =$	0,618 033 988	2	1	2				1	3	1	

Merci à Philippe L. pour cette découverte.

Suite	<ul style="list-style-type: none"> - Historique du calcul de π - PI - Glossaire - PI - Dictionnaire des nombres - Cercle
Voir	<ul style="list-style-type: none"> - Arc tangente - Calcul mental - Index - Constantes de l'univers - Constantes Mathématiques - Construction approchée de π - Géométrie - Index - Nombres premiers dans π - Réduites de π - Calculs - Théorie des nombres
DicoNombre	<ul style="list-style-type: none"> - Nombre 3 - Nombre 31 - Nombre 314 159 - Nombre 3,14 1037
Sites	<ul style="list-style-type: none"> - Pi à la Mode - Mathematicians tackle the seeming randomness of pi's digits - Ivars Peterson - Pi Prime - Wolfram MathWorld - OEIS A060421 - Primes formed by the initial digits of the decimal expansion of π. - OEIS A060421 - Numbers n such that the first n digits of the decimal expansion http://oeis.org/A060421 of π form a prime.
Incontournable	- L'Univers de π de Boris Guorevitch
Cette page	http://villemain.gerard.free.fr/Wwwgvmn/Geometri/PIPropri.htm